Лекция 11. Многомерные базисы вейвлетов с параметром сжатия 2

Рассмотрим обобщение вейвлет-анализа на двумерный случай. Определим кратномасштабный анализ. Пусть пространство V_0 определяется как

$V_0 = span\{F(x,y) = f(x)g(y), f(x)\in V_0, g(y)\in V_0\}$. Требуется определить пространство W_0.

Исходим из определения кратномасштабного анализа.

$$\boldsymbol{V}_{j-1} = V_{j-1}\otimes V_{j-1} = (V_j \oplus W_j)\otimes(V_j \oplus W_j) = (V_j\otimes W_j)\oplus(W_j\otimes V_j)\oplus(V_j\otimes V_j)\oplus(W_j\oplus W_j) =$$

$$= \boldsymbol{V}_{j-1}\oplus \boldsymbol{W}_{j-1},$$

Т.е. согласно обозначениям, необходимо, чтобы детализирующее пространство было образовано как

$$W_j = (V_j\otimes W_j)\oplus(W_j\otimes V_j)\oplus(W_j\oplus W_j)$$

Таким образом, правила масштабирования переносятся на двумерный случай в следующем виде:

Базисом детализирующего пространства является линейна оболочка функций

$\varphi^{гор} = \varphi(x)\psi(y)$ - хорошо передает горизонтальные особенности изображения

$\varphi^{вер} = \psi(x)\varphi(y)$ - хорошо передает вертикальные особенности изображения

$\varphi^{диаг} = \psi(x)\psi(y)$ - хорошо передает диагональные особенности изображения

Улучшение показателя сжатия вейвлетов

Для большинство сжимаемых сигналов улучшение показателя сжимаемости достигается, если аппроксимирующие вейвлеты обладают большей гладкостью. А рассмотренные нами до сих пор вейвлеты не отличались хорошей гладкостью.

Улучшения гладкости удается добиться за счет введения *койфлетов*.

Мы знаем, что гладкость вейвлета связана со значениями моментов

$\int x^l \psi(x)dx, \int x^l \varphi(x)dx$ Мы не можем требовать, чтобы $\int \varphi(x)dx = 0$, но можно потребовать, чтобы $\int x^l \varphi(x)dx = 0$, для l>0. Это условие обеспечит хорошую гладкость производных вейвлета, что в свою очередь должна улучшить показатели сжатия.